

HAW

im Dialog

Weidener Diskussionspapiere

**Wie viele ausländische Euro-Münzen
fließen nach Deutschland?**

Franz Seitz und Dietrich Stoyan

**Diskussionspapier No. 10
September 2008**

ISBN: 978-3-937804-12-5

Wie viele ausländische Euro-Münzen fließen nach Deutschland?

Franz Seitz⁺ und Dietrich Stoyan*

+) Hochschule für Angewandte Wissenschaften
Amberg-Weiden und WSB Poznan, Polen
Hetzenrichter Weg 15
D-92637 Weiden
e-mail: f.seitz@haw-aw.de

*) TU Bergakademie Freiberg
Institut für Stochastik
D-09596 Freiberg
e-mail: stoyan@math.tu-freiberg.de

September 2008

Abstract:

Das vorliegende Papier beschäftigt sich mit der Frage, wie viele ausländische Euro-Münzen pro Tag in ein Euro-Land einströmen. Dafür formulieren wir ein kleines formal-mathematisches Modell, das wir für den Fall Deutschlands und 1-Euro-Münzen kalibrieren. Die Einführung der Euro-Münzen 2002 bot eine einmalige Chance, die grenzüberschreitende Münzmigration und die Durchmischung der einzelnen Länder mit ausländischen Euro-Münzen zu erfassen. Basierend auf Untersuchungen von Stoyan ermitteln wir, dass pro Tag in etwa 150.000 1-Euro-Münzen nach Deutschland fließen. Im Jahr 2018 werden sich voraussichtlich 50 % ausländische 1-€Münzen in Deutschland befinden. Diese indirekt berechneten Zahlen scheinen ökonomisch plausibel zu sein.

English abstract:

The present paper analyzes how many foreign euro coins flow into other countries. For that purpose, we construct a mathematical model which we calibrate for the case of Germany and the 1-euro coin. The introduction of euro coins in 2002 offered the unique chance to capture this coin migration and the mixing process of coins in different euro countries. Based on research by Stoyan we find that per day approximately 150,000 1-euro coins flow to Germany. In 2018, about 50 % of 1-euro coins in Germany will be of foreign origin. These figures, which were indirectly derived, seem to be economically justified.

JEL: C61, E41

Schlüsselwörter: Euro-Münzen, Geldfluss, Durchmischung

Wie viele ausländische Euro-Münzen fließen nach Deutschland?

1. Einleitung

Seit dem 1. Januar 2002 sind Euro-Münzen und -Noten gesetzliches Zahlungsmittel im Euro-Währungsgebiet. Dieses umfasst ab Januar 2009 16 Mitgliedstaaten. Während sich die von den einzelnen Ländern emittierten Noten für den Laien nur schwer unterscheiden lassen, ist bei den Münzen durch die nationale Seite die Identifikation relativ einfach. Wie jedermann bei seinen täglichen Bargeldtransaktionen ohne Probleme feststellen kann, kommt es im Zeitablauf zu einer Durchmischung der nationalen Münzen. Allerdings ist es schwierig, über die Intensität des grenzüberschreitenden Geldflusses verlässliche Angaben zu finden. Die Einführung der Euro-Münzen bot allerdings die Chance, die grenzüberschreitende Münzmigration und die Durchmischung der einzelnen Länder mit ausländischen Euro-Münzen zu erfassen.

So gibt es etliche an Hochschulen angesiedelte Projekte zu diesem Diffusionsprozess. Das französische Projekt beruht dabei auf repräsentativen Befragungen (Grasland et al., 2002), während die sonstigen Erhebungen größtenteils auf freiwilligen Meldungen beruhen. Zu nennen sind hier z.B. die Projekte "Euromobil" und "Eurodiff" in Deutschland, die sich nur auf 1-Euro-Münzen konzentrieren (Stoyan, 2002; Stoyan et al., 2004; <http://www.mathe.tu-freiberg.de/inst/stoch/Stoyan/euro/euro.html>), "Eurotracer", das auch noch Noten mit einbezieht (<http://www.eurotracer.net>) und "Eurodiffusie" in den Niederlanden bzw. Belgien (Blokland et al., 2002). Bergman et al. (2002) versuchen, mit Hilfe eines Algorithmus und Daten zur Reisetatistik zu ermitteln, wann in einem Land 50 % ausländische Münzen zirkulieren. Daneben führt die EU-Kommission seit 2002 in unregelmäßigen Abständen Stichproben in größeren Städten zum Durchmischungsprozess durch. Bei allen Untersuchungen steht entweder die Ermittlung des pro Zeitperiode (netto) in ein Land fließenden Stroms ausländischer Euro-Münzen oder des Bestandes ausländischer Euro-Münzen zu einem bestimmten Zeitpunkt im Mittelpunkt.

Wir konzentrieren uns im Folgenden auf die "indirekte" Ermittlung der Flow-Größe, wie viele Euro-Münzen pro Tag in ein Euro-Land einströmen, mit Hilfe eines kleinen theoretischen Modells. Dabei beschränken wir uns auf Deutschland und 1-Euro-Münzen. Darüber liegen

uns als Grundlage auf konsistenter Basis über "Euromobil" und "Eurodiff" Daten vor.¹ Der nächste Abschnitt 2 präsentiert das formale Modell. In Kapitel 3 präsentieren und diskutieren wir die Ergebnisse. Der letzte Teil fasst zusammen und zieht einige Schlussfolgerungen.

2. Das Modell

Im Folgenden bezeichne $N_{DD}(t)$ die Anzahl der deutschen 1-€Münzen in Deutschland und $N_{DA}(t)$ die Anzahl der deutschen 1-€Münzen im Ausland. Daneben unterstellen wir aus Vereinfachungsgründen, dass die Gesamtzahl N_D der deutschen 1-€Münzen und die Gesamtzahl N_A der ausländischen 1-€Münzen konstant ist. Dann gleichen sich der Zufluss von und nach Deutschland aus. Wie Deutsche Bundesbank (2003, 208f.) richtiger Weise feststellt, spricht theoretisch wenig dafür, dass für Deutschland trotz einer traditionell defizitären Reiseverkehrsbilanz ein Nettoabfluss von DM-Münzen entsteht, da vermutet werden kann, dass jeder Tourist auf dem Heimweg in ähnlichem Maße Münzen mitnimmt wie auf der Hinreise, soweit es sich um Münzen für den Transaktionsbedarf handelt. Es gilt somit

$$N_{DD}(t) + N_{DA}(t) = N_D.$$

Wenn nun $\alpha\Delta t$ die Anzahl der 1-€Münzen ist, die in (der kurzen Zeit) Δt nach Deutschland hinein- bzw. aus Deutschland herausfließen, lässt sich folgende Differenzgleichung für diese Flows zur Zeit t und $t + \Delta t$ aufstellen:

$$N_{DD}(t + \Delta t) = N_{DD}(t) + \alpha\Delta t \frac{N_{DA}(t)}{N_A} - \alpha\Delta t \frac{N_{DD}(t)}{N_D} + o(\Delta t) \quad (1)$$

Dabei stellt $\alpha\Delta t N_{DA}(t)/N_A$ die Anzahl der insgesamt nach Deutschland kommenden ausländischen 1-Euro-Münzen dar. $N_{DA}(t)/N_A$ davon ist der Anteil deutscher Münzen.

Die Anzahl der deutschen Münzen in Deutschland zur Zeit $t + \Delta t$ ($N_{DD}(t + \Delta t)$) ergibt sich aus dem Bestand zur Zeit t ($N_{DD}(t)$) plus dem Zufluss und minus dem Abfluss. Insgesamt fließen $\alpha\Delta t$ Münzen zu, wobei der Anteil der deutschen Münzen im Ausland (und in der zufließenden Menge) $N_{DA}(t)/N_A$ beträgt. Analog fließen $\alpha\Delta t$ Münzen ab und der Anteil der deutschen Münzen in Deutschland ist $N_{DD}(t)/N_D$. Der Term $o(\Delta t)$ ist ein Korrekturfaktor, der für etwaige Nicht-Linearitäten korrigiert. Für diesen gilt

¹ Bei den kleineren Cent-Stückelungen würden die Ergebnisse sicherlich durch einen nicht unbeträchtlichen verlorenen Teil verzerrt werden, während bei den 2-Euro-Münzen die Sondermünzenproblematik schwierig zu erfassen ist.

$$\frac{o(\Delta t)}{\Delta t} \rightarrow 0 \text{ für } \Delta t \rightarrow 0.$$

Die Annahme, dass α konstant ist, trifft sicherlich in der Realität nicht zu. Dort schwanken die Zu- und Abflüsse mehr oder weniger im Zeitablauf. Da jedoch hier nur große Zeiträume und Tendenzaussagen interessieren, dürfte diese Vereinfachung die Ergebnisse nicht zu sehr verzerren.

Uns interessiert nicht so sehr die Zeitperiode "Jahr", sondern "Tag", da wir die Anzahl der täglich aus Deutschland heraus- (bzw. herein-)fließenden 1-€Münzen ermitteln wollen. Daher ist es sinnvoll, die Größe $\alpha\Delta t$ für $\Delta t = 1$ Tag zu betrachten. Der Stetigkeit der Zeit entsprechend gehen wir nun zu Differentialgleichungen über. Gleichung (1) wird deshalb auf beiden Seiten durch Δt dividiert, wodurch sich

$$\frac{N_{DD}(t + \Delta t) - N_{DD}(t)}{\Delta t} = \alpha \frac{N_{DA}(t)}{N_A} - \alpha \frac{N_{DD}(t)}{N_D} + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}$$

ergibt. Wegen $N_{DA}(t) = N_D - N_{DD}(t)$ folgt daraus

$$\frac{N_{DD}(t + \Delta t) - N_{DD}(t)}{\Delta t} = \alpha \frac{N_D}{N_A} - \alpha \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) N_{DD}(t) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}$$

Aus dem Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$ resultiert

$$N'_{DD}(t) = \alpha \frac{N_D}{N_A} - \alpha \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) N_{DD}(t), \quad (2)$$

wobei $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$ ausgenutzt wird.

Gleichung (2) ist eine Differentialgleichung für die unbekannte Funktion $N_{DD}(t)$. Da wir vor allem auf Anteile abzielen, nicht auf absolute Werte, dividieren wir beide Seiten von (2) durch N_D . Es ergibt sich ein Ausdruck für die Veränderung der deutschen Münzen in Deutschland im Zeitablauf relativ zur Gesamtemission an deutschen Münzen

$$n'(t) = \frac{\alpha}{N_A} - \alpha \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) n(t), \quad (3)$$

mit $n(t) = N_{DD}(t)/N_D$. Dabei ist $n(t)$ der deutsche Anteil an den 1-€Münzen in Deutschland.

Die Differentialgleichung (3) hat die Anfangsbedingung $n(0)=1$, weil zur Zeit $t=0$ (am 1.1.2002) nur deutsche Euro-Münzen in Deutschland waren. Mit dieser Anfangsbedingung hat (3) die Lösung

$$n(t) = d + (1-d) \exp\left(-\alpha \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right) t\right), \quad (4)$$

wobei $d = \frac{N_D}{N_A + N_D}$ der deutsche Anteil an den 1-€Münzen insgesamt ist. Man erkennt, dass für $t \rightarrow \infty$ $n(t)$ gegen d strebt. Wäre nun α , die sog. Münzfluss-Intensität, bekannt, könnte man für beliebiges t den Anteil der von Deutschland emittierten 1-Euro-Münzen berechnen.

3. Ergebnisse

Da in (4) nur α unbekannt ist, genügt die Kenntnis von $n(t_0)$ für einen Zeitpunkt t_0 zu dessen Berechnung. Statistische Untersuchungen von Stoyan (<http://www.mathe.tu-freiberg.de/Stoyan/euro>) lassen vermuten, dass für $t_0=6$ (Ende 2007) $n(t_0)$ etwa gleich 0,75 ist, weil etwa 25 % ausländische 1-€Münzen beobachtet wurden. Mit $d=0,23$, $N_A=4,4 \cdot 10^9$ und $N_D=1,3 \cdot 10^9$ (Ende 2007) ergibt sich $\alpha=65,6$ Mio. Würde man $n(6)=0,80$ annehmen, ergäbe sich $\alpha=50,3$ Mio. Die errechneten α -Werte haben die Dimension Anzahl/Jahr. Wählt man $\Delta t = 1/365 = 1$ Tag, erhält man $\alpha \Delta t = 180.000$ bzw. $\alpha \Delta t = 138.000$. Das sind die Abschätzungen für die tägliche Flussmenge.

Nach Auskunft von Fraport sind 2007 7,2 Mio. (pro Tag statistisch gesehen ca. 20.000) Fluggäste aus anderen EWU-Ländern in Frankfurt/Main gelandet. Vor dem Hintergrund, dass Frankfurt in etwa ein Drittel des Fluggastaufkommens in Deutschland abdeckt und auch noch andere Reisemöglichkeiten bestehen, erscheinen unsere Ergebnisse nicht unplausibel. Auch sind noch die Pendler zu berücksichtigen, die täglich aus- und einreisen. So pendelten nach Deutschland im Jahr 2006 tagesdurchschnittlich (netto) 90.000 Personen ein. Davon dürfte ein Großteil aus anderen EWU-Staaten, vor allem den Niederlanden und Österreich, stammen (Stoyan et al., 2004, 74).

Anhand einer kleinen, allerdings nicht repräsentativen, Stichprobe in Frankfurt/Main mit 2.000 Münzen ermittelte die EU-Kommission für das Jahr 2007, dass sich ca. 13 % ausländische Ein-Euro-Münzen in Deutschland befanden. Das war ein deutlicher Rückgang im Vergleich zu den Stichproben der Vorjahre, in denen teilweise Werte von über 50 % ermittelt wurden, und dürfte dem entsprechend verzerrt sein. Zudem hängen die Ergebnisse

einer derartigen Stichprobe deutlich von der Jahreszeit, in der sie durchgeführt wird, und dem Ort der Befragung, ab.

Gleichung (4) mit den berechneten α -Werten kann auch dafür benutzt werden, den weiteren Verlauf der Durchmischung abzuschätzen. Es sind lediglich für t größere Werte einzusetzen. Mit $t = 13$ (Jahr 2015) ergibt sich für den größeren α -Wert $n(13) = 0,56$, d.h., der Anteil der deutschen Münzen beträgt Anfang 2015 etwa 58 %. 50 % ausländische 1-€Münzen sind voraussichtlich im Jahr 2018 zu erwarten. Dies widerspricht deutlich den von Bergman et al. ermittelten Zahlen, die - mit Wissensstand 2002 - von einer 50%-igen Durchmischung erst im Jahr 2040 ausgehen.

Solange nur kleine Länder den Euro neu einführen, kann (4) getrost unverändert beibehalten werden. Bei einem Beitritt Polens (und eventuell auch Tschechiens) würde allerdings N_A nennenswert steigen und d sinken. Da beide Länder aber Nachbarländer Deutschlands sind, wird vermutlich α zunehmen. Wir haben es also mit gegenläufigen Einflussfaktoren zu tun, die sich eventuell ausgleichen. Man könnte aber auch ab den Beitrittszeitpunkten jeweils neue Differentialgleichungen (mit anderen Werten für d und α) aufstellen und lösen.

4. Zusammenfassung, Schlussfolgerungen

Mit Hilfe eines kleinen mathematischen Modells haben wir versucht, den Durchmischungsprozess der Euro-Münzen abzubilden. Anhand von Daten für Deutschland für die 1-Euro-Münze wurde das Modell entsprechend kalibriert. Damit gelang es uns, die grenzüberschreitende Münzflussintensität indirekt zu ermitteln. Insgesamt dürften nach unseren Berechnungen pro Tag in etwa 150.000 1-Euro-Münzen nach Deutschland fließen. Diese Größenordnung ist unseres Erachtens ökonomisch auch plausibel. Problemlos könnte diese Analyse auch auf andere EWU-Länder ausgedehnt werden, sofern die entsprechenden Daten (z. B. über den Bestand ausländischer Münzen zu einem bestimmten Zeitpunkt) verfügbar sind.

Es wäre nun interessant, einige der von uns getroffenen vereinfachenden Annahmen aufzugeben und die Sensitivität der Ergebnisse dahingehend zu überprüfen. So haben wir angenommen, dass der Zustrom gleich dem Abstrom an Münzen entspricht. Gibt man diese Annahme auf, resultieren auch drastische Konsequenzen für die Münzprägestätten und den Münzgewinn. Länder, die netto einen Abstrom verzeichnen, würden per saldo zu den Gewinnern gehören (u.u.), da sie mehr Münzen ausgeben als im Land benötigt werden.

In den ersten Jahren nach der Bargeldeinführung dürfte darüber hinaus den Durchmischungsprozess von Sammlern von Euro-Münzen aus den einzelnen EWU-Ländern beeinflusst worden sein. Dieser Einfluss dürfte im Zeitablauf nachlassen. Auf der anderen Seite wird dieser Prozess durch neue EWU-Länder aber immer wieder angestoßen. Die Berücksichtigung dieser Sachverhalte soll Aufgabe zukünftiger Forschungen sein.

Literaturverzeichnis

Bergman, T., A. Lauri, A. Ruhala und W. Rydman (2002), Euro Coin Diffusion, University of Helsinki, mimeo.

van Blokland, P., L. Booth, K. Hiremath, M. Hochstenbach, G. Koole, S. Pop, M. Quant und D. Wirosoetisno (2002), The Euro Diffusion Project, Proceedings of the 42nd European Study Group with Industry, 42, 41-57.

Deutsche Bundesbank (2003), Münzgeldentwicklung in Deutschland, Frankfurt/Main.

Grasland, C., F. Guérin-Pace und A. Tostain (2002), The Circulation of Euros as a Reflection of People's Mobility, Population and Societies, no. 384, November, 2-4.

Stoyan, D. (2002), Statistical Analyses of Euro Coin Mixing, Mathematical Spectrum, 35, 50-55.

Stoyan, D., H. Stoyan und G. Döge (2004), Statistical Analyses and Modelling of the Mixing Process of Euro Coins in Germany and Europe, Australian & New Zealand Journal of Statistics, 46, 67-77.

Bisher erschienene Weidener Diskussionspapiere

- 1 “Warum gehen die Leute in die Fußballstadien? Eine empirische Analyse der Fußball-Bundesliga“
von Horst Rottmann und Franz Seitz

- 2 “Explaining the US Bond Yield Conundrum“
von Harm Bandholz, Jörg Clostermann und Franz Seitz

- 3 “Employment Effects of Innovation at the Firm Level”
von Horst Rottmann und Stefan Lachenmaier

- 4 “Financial Benefits of Business Process Management”
von Helmut Pirzer, Christian Forstner, Wolfgang Kotschenreuther und Wolfgang Renninger

- 5 “Die Performance Deutscher Aktienfonds”
von Horst Rottmann und Thomas Franz

- 6 "Bilanzzweck der öffentlichen Verwaltung im Kontext zu HGB, ISAS und IPSAS“
von Bärbel Stein

- 7 Fallstudie: “Pathologie der Organisation” – Fehlentwicklungen in Organisationen, ihre Bedeutung und Ansätze zur Vermeidung
von Helmut Klein

- 8 "Kürzung der Vorsorgeaufwendungen nach dem Jahressteuergesetz 2008 bei betrieblicher Altersversorgung für den GGF."
von Thomas Dommermuth

- 9 "Zur Entwicklung von E-Learning an bayerischen Fachhochschulen- Auf dem Weg zum nachhaltigen Einsatz?"
von Heribert Popp und Wolfgang Renninger

- 10 "Wie viele ausländische Euro-Münzen fließen nach Deutschland?"
von Dietrich Stoyan und Franz Seitz

